

Annexe sur les systèmes de numération

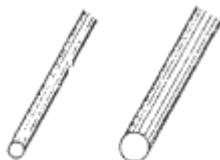
Nous présentons succinctement, dans cette annexe, quelques systèmes de numération.

1. Le système mésopotamien ancien

Description

- Le système mésopotamien ancien précède l'écriture (de -3'100 à -2'200).
- Deux tiges de diamètres différents servent à écrire quatre signes de base et deux combinaisons selon qu'on les appuie perpendiculairement ou obliquement sur une tablette d'argile.
- Deux bases sont utilisées : la base 10 et la base 60. L'origine possible de la base 60 est astronomique : compter les jours et les nuits du mois.
- Le système ancien est un système additif (répétition de signes et addition).

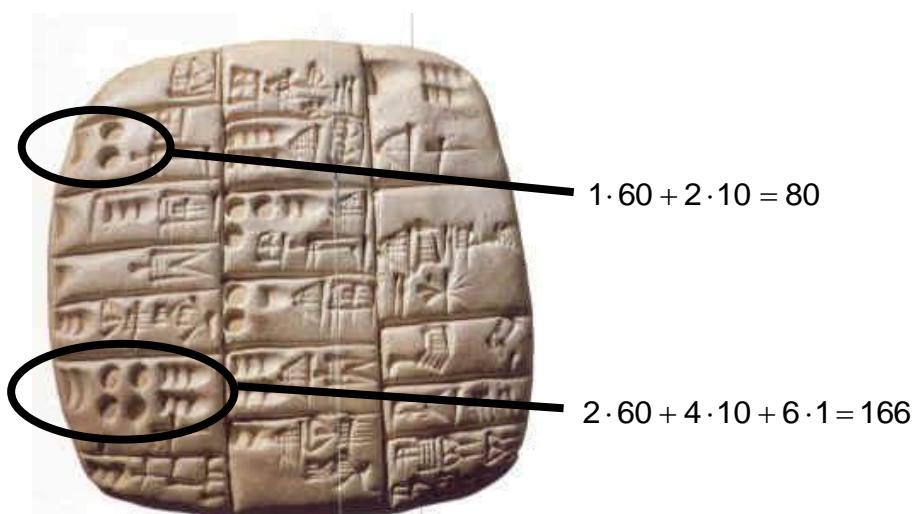
Instruments



Signes de base et composées

| | | | |
|-----|--------|----|------|
| ◎ | ○ | ▷ | ○ |
| 1 | 10 | 60 | 3600 |
| ▷○ | ◎○ | | |
| 600 | 36'000 | | |

Exemple



Tablette datant de -2'350:
Compte de moutons et de chèvres

2. Le système mésopotamien classique

Description

- Le système mésopotamien classique apparaît dès -2'200.
- Un poinçon utilisé également pour l'écriture sert à écrire deux signes de base, selon qu'on l'appuie perpendiculairement ou obliquement sur une tablette d'argile.
- Deux bases sont utilisées : la base 10 et la base 60.
- Le système classique est un mélange de système de position et de système additif (avec répétition des signes). Un signe de base peut avoir un valeur différente suivant la place qu'il occupe dans l'écriture du nombre. Les signes sont répétés puis additionnés (voir l'exemple).

Instrument



Signes de base



chevron



clou

10 ou $10 \cdot 60^k$ 1 ou 60^k
(valeur suivant la position)

Exemple

Les symboles sont décomposés comme suit :

- Le premier groupe de signes (deux chevrons) vaut 43.
- Le deuxième groupe de signes (un chevron et un clou) vaut $31 \cdot 60^1$.
- Le troisième groupe de signes (un clou) vaut $10 \cdot 60^2$.

La somme est donc $43 + 31 \cdot 60^1 + 10 \cdot 60^2 = 37'903$

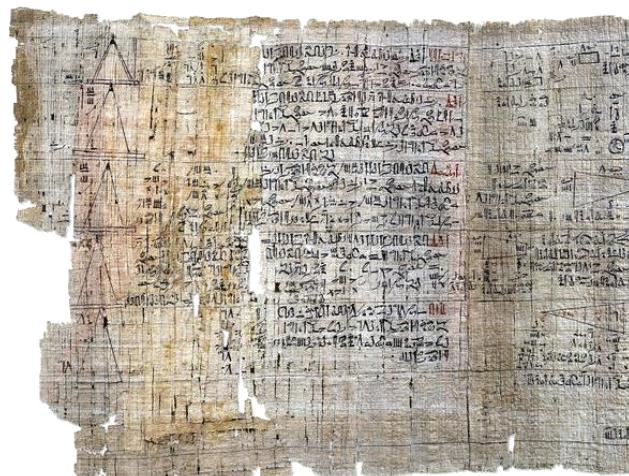
3. Le système égyptien

Description

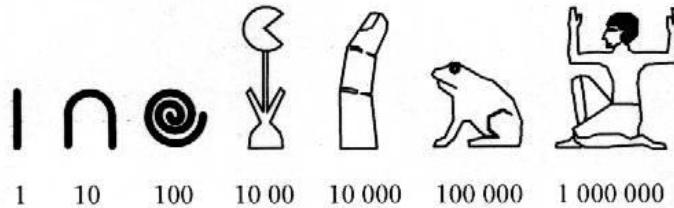
- Le système égyptien est contemporain de l'écriture (env. -3'000).
- Il existe 2 systèmes dépendants du matériau :
 - le système écrit sur les papyrus,
 - le système gravé sur les monuments.
- Les systèmes égyptiens (sur papyrus ou gravé) sont purement décimaux.
- Le système égyptien sur papyrus est un système additif, sans répétition de signe.
- Le système égyptien gravé est un système additif avec répétition des signes.

Système sur papyrus

| | | | | | | | | | |
|------------------|-----------|-----|-----|-----|------|-------|--------|---------|----------|
| Signes de base : | 1—9 | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
| | 10—90 | Λ | ΛΛ | ΛΛΛ | ΛΛΛΛ | ΛΛΛΛΛ | ΛΛΛΛΛΛ | ΛΛΛΛΛΛΛ | ΛΛΛΛΛΛΛΛ |
| | 100—900 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | 1000—9000 | — | — | — | — | — | — | — | — |

Exemple

Papyrus de Rhind, rédigé vers 1650 av. J.C. par le scribe Ahmès

Système gravé**Signes de base :**

| | | |
|-----------------------------|-----------|------------------|
| Interprétation des signes : | 100 | corde de mesure |
| | 1'000 | fleur de lotus |
| | 10'000 | grand doigt |
| | 100'000 | têtard |
| | 1'000'000 | Dieu de l'infini |

Exemples

$$4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 = 450$$

$$100 + 2 \cdot 10 + 1 = 121$$

$$1'000'000 + 3 \cdot 100'000 + 3 \cdot 10'000 + 3 \cdot 1'000 + 3 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1 = 1'333'331$$

Inscriptions trouvé sur les murs du Temple de Karnak

4. Le système grec

Description

- Le système classique grec apparaît dès 300 av. J. C.
- C'est un système additif (sans répétition) purement décimal.
- Les signes utilisés sont basés sur les lettres de l'alphabet grec :
 - 24 lettres
 - 1 lettre archaïque
 - 2 lettres régionales.

En tout 27 lettres : 9 unités, 9 dizaines et 9 centaines.

Signes de base

| | | | | | | | |
|----------|---------|----------|----------|------------|---------|--------|----------|
| α | β | γ | δ | ϵ | ζ | η | θ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 |
| 1000 | 2000 | 3000 | 4000 | 5000 | 6000 | 7000 | 8000 |
| | | | | | | | 9000 |

Lettre archaïque

Lettre régionale

Lettre régionale

Exemples

$$\overline{\beta \delta \iota \varsigma} = 2'916$$

$$\overline{\rho \times \beta} \cdot \overline{\alpha \times \epsilon} = 1'221'025$$

5. Le système indien

Description

- Jusqu'aux environs de -250, deux écritures sont utilisées dans 2 régions principales du nord de l'Inde: les écritures kharostri et brahmi. Chacune des 2 écritures possède son propre système de numération.
- Dès -250, le roi Achoka unifie l'Inde et impose l'écriture brahmi. C'est la naissance de l'alphabet sanscrit.
- Le système indien (brahmi) est un système additif sans répétition.
- Dès 600 après J. C., apparaît le système de position, où seuls les signes de 1 à 9 sont utilisés. L'origine probable de cette évolution est l'utilisation de l'abaque (table d'opération avec des colonnes où il suffit d'indiquer le facteur du nombre en haut de la colonne).
- Dès lors les chiffres indiens ne cesseront d'évoluer et de se transmettre pour finalement arriver à la forme de notre système décimal actuel.

Signes de base

| | | | | | | | | | |
|----------|---------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| - | = | \equiv | \asymp | \vdash | \vdash | \vdash | \vdash | \vdash | \vdash |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| α | \circ | π | \times | \exists | \dashv | χ | \oplus | \oplus | |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | |
| 100 | 200 | 500 | 1000 | 4000 | 70000 | | | | |

Evolution vers le système actuel

On peut suivre l'évolution des chiffres indiens dans l'histoire pour aboutir aux chiffres que nous utilisons aujourd'hui :

En 662 : Un évêque de Syrie mentionne le système indien permettant "à l'ordre des neufs signes" de représenter tous les nombres.

En 773 : Visite de savants indiens à Bagdad.

En 820 : Première arithmétique (connue) expliquant le nouveau système et les opérations arithmétiques. Elle est écrite en arabe par un persan appelé al-Khwarizmi.

Vers 1000 : Premiers "chiffres" en Europe, rapportés d'Espagne musulmane comme curiosités.

Vers 1150 : Reconquête chrétienne de l'Espagne, et début de traduction de textes. On traduit L'Arithmétique de al-Khwarizmi, dont le nom est latinisé en Alchorizmus, puis en Algorizmus et en Algoritmus ce qui donnera le terme d'algorithme.

13^{ème siècle} : Les chiffres se répandent dans les milieux marchands avec l'usage du papier.

